



12^{ος} ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
«Ο ΘΑΛΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Α΄» ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 11 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2022
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1ο ΘΕΜΑ :

Ο Γιάννης και η Μαρία σκέφτονται από έναν αριθμό.

Ο αριθμός του Γιάννη είναι το πηλίκο της διαίρεσης του **146** δια **3** ενώ ο αριθμός της Μαρίας είναι το πηλίκο της διαίρεσης του **15²** δια **8**.

Α) Υπολογίστε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο και τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη του αριθμού της Μαρίας και του αριθμού του Γιάννη.

Β) Ποιοί είναι οι διαιρέτες του αριθμού του Γιάννη;

Γ) Ένας αριθμός ονομάζεται *τέλειος* αν το άθροισμα των διαιρετών του, εκτός του αριθμού, βγάζει αποτέλεσμα τον αριθμό.

(Για παράδειγμα ο αριθμός 6 είναι τέλειος. Οι διαιρέτες του είναι: 1, 2, 3, 6 και ισχύει $1+2+3=6$)

Βρείτε τους διαιρέτες του αριθμού της Μαρίας και δείξτε ότι ο αριθμός της είναι τέλειος.

2ο ΘΕΜΑ :

Τρεις φίλοι, ο Α. , ο Β. και ο Γ. σύστησαν (δημιούργησαν) μια Εταιρεία με Αρχικό Κεφάλαιο 800.000 € .

Ο Α. και ο Β. έβαλαν μαζί 480.000 €, ο Β. και ο Γ. έβαλαν μαζί 600.000 € .

Να βρείτε: α) Πόσα χρήματα έβαλε ο καθένας από τους τρεις φίλους για να δημιουργηθεί το Αρχικό Κεφάλαιο της Εταιρείας;

β) Αν μετά από ένα χρόνο αύξησαν το Κεφάλαιο της Εταιρείας, έτσι ώστε να έχουν και οι τρεις ίσα μερίδια στην Εταιρεία, πόσα τουλάχιστον χρήματα πρέπει να βάλει επιπλέον ο καθένας για να έχουν ίσα μερίδια;

3ο ΘΕΜΑ:

Πάνω σε μια ευθεία $\chi\chi$ πάρτε τα σημεία Α, Β, Γ, ώστε το σημείο Β να είναι το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ. Πάρτε επίσης τα σημεία Κ και Λ που να μην βρίσκονται στην ευθεία $\chi\chi$. Ενώστε τα σημεία Κ και Λ με τα σημεία Α, Β, Γ.

- 1) Να σχεδιαστούν όλες οι περιπτώσεις της θέσης των σημείων Κ και Λ ως προς την ευθεία $\chi\chi$
- 2) Να σημειώσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα σε κάθε περίπτωση.
- 3) Σε ποια περίπτωση η ευθεία ΚΛ θα τέμνει οπωσδήποτε την ευθεία $\chi\chi$;
- 4) Πόσες και ποιες αντικείμενες ημιευθείες υπάρχουν στην ευθεία $\chi\chi$;

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1° ΘΕΜΑ : Λύση

Α) Έχουμε $146 = 3 \cdot 48 + 2$ άρα ο αριθμός του Γιάννη είναι ο 48.

Επίσης $15^2 = 225$, οπότε $225 = 8 \cdot 28 + 1$ άρα ο αριθμός της Μαρίας είναι το 28.

Η ανάλυση σε πρώτους παράγοντες είναι $48 = 2^4 \cdot 3$ και $28 = 2^2 \cdot 7$

Άρα $E.K.P. (48,28) = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 = \mathbf{336}$ και $M.K.A. (48,28) = 2^2 = \mathbf{4}$

Β) Οι διαιρέτες του 48 είναι οι : **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48**

Γ) Οι διαιρέτες του 28 είναι οι: **1, 2, 4, 7, 14, 28** και το άθροισμά τους (παραλείπουμε το 28) είναι ίσο με :

$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$, άρα ο αριθμός της Μαρίας είναι τέλειος.

2° ΘΕΜΑ : Λύση

α) Αφού το Αρχικό Κεφάλαιο (Α. Κ.) είναι 800.000 € και ο Α. με τον Β. έβαλαν μαζί 480.000 €, ο Γ. έβαλε: $800.000 - 480.000 = \mathbf{320.000}$ €.

Ομοίως, αφού ο Β. με τον Γ. έβαλαν μαζί 600.000 €, ο Α. έβαλε: $800.000 - 600.000 = \mathbf{200.000}$ €. Και ο Α. με τον Β. έβαλαν μαζί 480.000 €, ο Β. έβαλε: $480.000 - 200.000 = \mathbf{280.000}$ €.

Δηλαδή ο Α, έβαλε **200.000** €, ο Β, έβαλε **280.000** €, ο Γ, έβαλε **320.000** €.,

β) Για να έχουν ίσα μερίδια στην Εταιρεία πρέπει να βάλουν ο Α. και ο Β. τουλάχιστον όσα έχει βάλει ο Γ.

Άρα ο Α, πρέπει να βάλει επιπλέον $320.000 - 200.000 = 120.000$ €

Και ο Β, πρέπει να βάλει επιπλέον $320.000 - 280.000 = 40.000$ €

3° ΘΕΜΑ : Λύση

1) Υπάρχουν τρεις δυνατές περιπτώσεις:

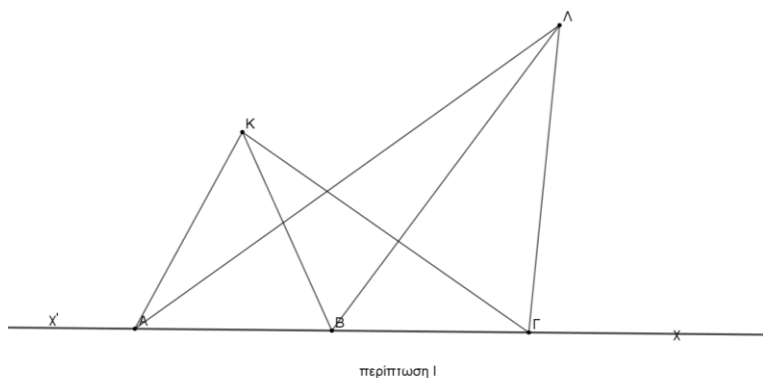
Περίπτωση Ι. Τα σημεία Κ και Λ να βρίσκονται πάνω από την ευθεία χ'χ

Περίπτωση ΙΙ. Τα σημεία Κ και Λ να βρίσκονται κάτω από την ευθεία χ'χ

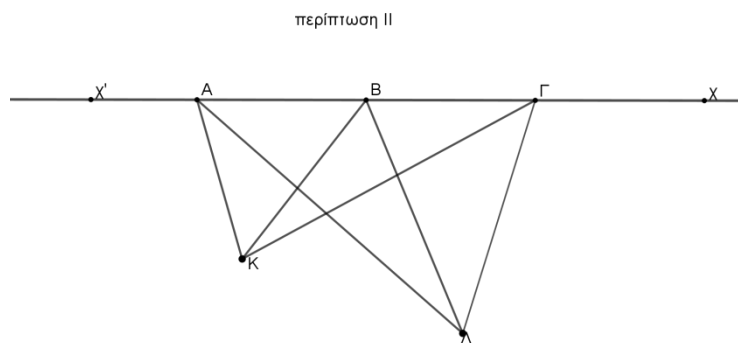
Περίπτωση ΙΙΙ. Τα σημεία Κ και Λ να βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας χ'χ

Όπως φαίνονται στα σχήματα παρακάτω.

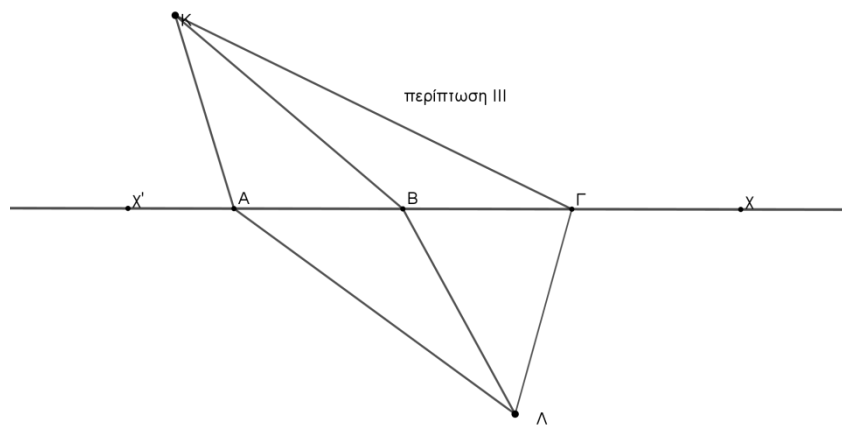
Περίπτωση Ι.



Περίπτωση II.

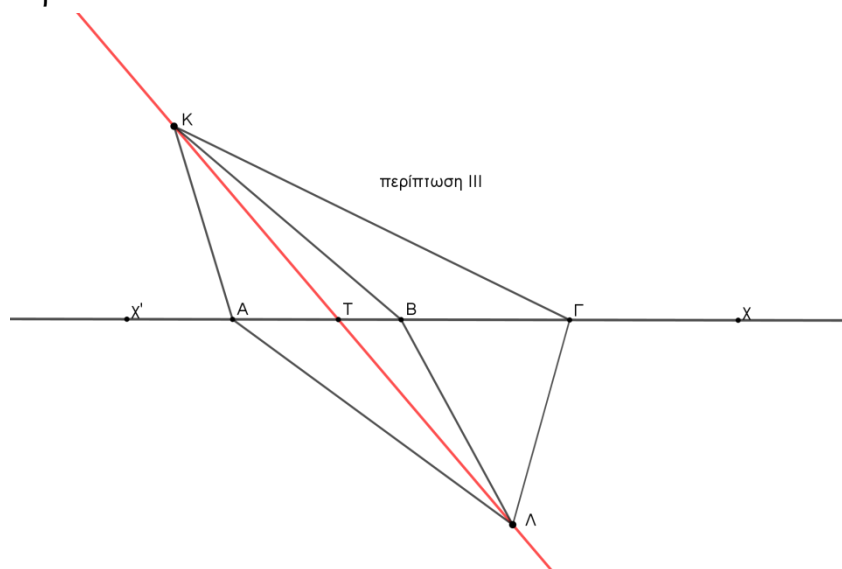


Περίπτωση III

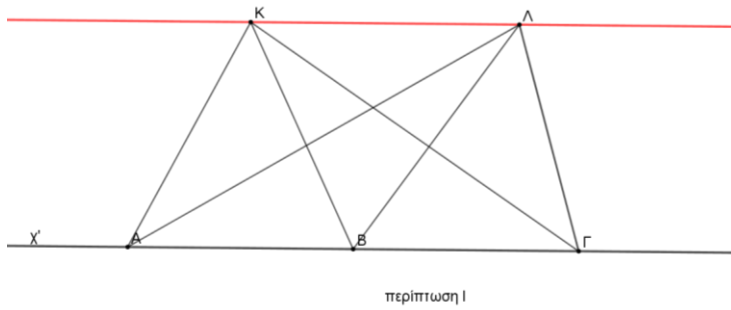


2) Τα ευθ. τμ. είναι : ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ, ΛΑ, ΛΒ, ΛΓ.

3) Η ΚΛ τέμνει **οποσδήποτε** την ευθεία χ'χ στην περίπτωση III, όπως φαίνεται στο σχήμα παρακάτω.



Στις άλλες δύο περιπτώσεις μπορεί οι ευθείες $\chi\chi$ και ΚΛ να μην τέμνονται, αν τα σημεία Κ και Λ είναι όπως στο σχήμα παρακάτω:



4) Υπάρχουν τρία ζευγάρια αντικείμενες ημιευθείες:
4α) $\text{Α}\chi'$ και $\text{Α}\chi$, 4β) $\text{Β}\chi'$ και $\text{Β}\chi$, 4γ) $\text{Γ}\chi'$ και $\text{Γ}\chi$.