



12^{ος} ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
«Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Α΄» ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023
ΘΕΜΑΤΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο :

Δίνεται η παράσταση: $A = 144 - 12^2 + 3^3 + 4^2 - \frac{13^2}{13}$.

- A) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης A, κάνοντας αναλυτικά τις πράξεις.
B) Να βρείτε όλους τους διαιρέτες της παράστασης A και
Γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$Z = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 30 - 30^4$$

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

A) $A = 144 - 12^2 + 3^3 + 4^2 - \frac{13^2}{13} = 144 - 144 + 27 + 16 - 13 = 30$

B) Οι διαιρέτες είναι: 1,2,3,5,6,10,15,30

Γ) Οι διαιρέτες του 30 (όπως και όλων των αριθμών εκτός από τα τέλεια τετράγωνα) «βγαίνουν» σε ζεύγη με γινόμενο 30.

Οπότε: $Z = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 30 - 30^4 = (1 \cdot 30)(2 \cdot 15)(3 \cdot 10)(5 \cdot 6) - 30^4 = 30 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 30 - 30^4 = 30^4 - 30^4 = 0$.

ΘΕΜΑ 2^ο :

Ένας ΓΥΝΑΙΚΕΙΟΣ ΑΓΡΟΤΙΚΟΣ ΤΟΥΡΙΣΤΙΚΟΣ ΣΥΝΕΤΑΙΡΙΣΜΟΣ της περιοχής μας παρασκευάζει μαρμελάδα από σύκα σε βάζα των 220 γρ. και 520γρ. (καθαρό βάρος μαρμελάδας).

- A) Εάν στα 125γρ. μαρμελάδας τα 100γρ. είναι φρούτο και τα υπόλοιπα γρ. άλλα υλικά (κρυσταλλική ζάχαρη, νερό, λίγος χυμός λεμονιού) να βρείτε πόσα γρ. φρούτου περιέχει κάθε βάζο;
B) Εάν ο ΣΥΝΕΤΑΙΡΙΣΜΟΣ θέλει να παρασκευάσει 100 μικρά και 100 μεγάλα βάζα μαρμελάδα, πόσα κιλά φρούτα πρέπει να χρησιμοποιήσει το λιγότερο;
Γ) Εάν η τιμή πώλησης για το μικρό βάζο είναι 3,20 € και για το μεγάλο βάζο 6,50 €, ποιός συνδυασμός των δύο βάζων κοστίζει λιγότερο ώστε να έχουμε βάρος μέχρι 1700γρ. μαρμελάδας;

ΣΗΜΕΙΩΣΗ : ΓΥΝΑΙΚΕΙΟΣ ΑΓΡΟΤΙΚΟΣ ΤΟΥΡΙΣΤΙΚΟΣ ΣΥΝΕΤΑΙΡΙΣΜΟΣ Είναι μια ομάδα γυναικών σε πάρα πολλά χωριά ή κομοπόλεις της χώρας μας που δραστηριοποιούνται στην παραγωγή γλυκών κουταλιού, ταψιού, μαρμελάδων, ζυμαρικών, ποτών κ. ά. Όλα είναι φτιαγμένα με μεράκι και αγάπη από ντόπια προϊόντα και βότανα, χωρίς συντηρητικά με παραδοσιακούς τρόπους. Έτσι δεν χάνονται οι συνταγές των γιαγιάδων μας και είναι μια ουσιαστική οικονομική βοήθεια των γυναικών, του τόπου τους και της χώρας μας. Φημισμένοι συνεταιρισμοί είναι του Πηλίου, του Αλμυρού, της Ν. Αγχιάλου και άλλοι. Περισσότερα μπορείτε να βρείτε στον υπολογιστή σας.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

α) 1^{ος} τρόπος:

Στα 125γρ. τα 100 γρ. είναι φρούτο. Άρα η αναλογία φρούτου προς τελικό προϊόν είναι: $\frac{100}{125} = \frac{4}{5}$.

Επομένως:

Το μικρό βάζο περιέχει : $220 \cdot \frac{4}{5} = \frac{880}{5} = 176\text{γρ. φρούτο.}$

Το μεγάλο βάζο περιέχει : $520 \cdot \frac{4}{5} = \frac{2080}{5} = 416\text{γρ. φρούτο.}$

2^{ος} τρόπος:

Κάνουμε το παρακάτω πινακάκι για το μικρό βάζο:

Στα **125γρ.** μαρμελάδας (καθαρό βάρος) περιέχονται **100γρ.** φρούτο

στα **220γρ.** μαρμελάδας (καθαρό βάρος) περιέχονται **Xγρ.** φρούτο

άρα ισχύει $\frac{125}{220} = \frac{100}{X} \Rightarrow 125 \cdot X = 220 \cdot 100 \Rightarrow 125 \cdot X = 22000 \Rightarrow$

$X = \frac{22000}{125} = 176.$ Άρα το μικρό βάζο περιέχει **176γρ. φρούτο.**

Ομοίως εργαζόμενοι για το μεγάλο βάζο έχουμε:

Στα **125γρ.** μαρμελάδας(καθαρό βάρος) περιέχονται **100γρ.** φρούτο

στα **520γρ.** μαρμελάδας(καθαρό βάρος) περιέχονται **Ψγρ.** φρούτο

άρα ισχύει $\frac{125}{520} = \frac{100}{\Psi} \Rightarrow 125 \cdot \Psi = 520 \cdot 100 \Rightarrow 125 \cdot \Psi = 52000 \Rightarrow$

$\Psi = \frac{52000}{125} = 416.$ Άρα το μεγάλο βάζο περιέχει **416γρ. φρούτο.**

β) Για να παρασκευαστούν 100 μικρά βάζα και 100 μεγάλα βάζα; Θα χρειαστούν τουλάχιστον: $100 \cdot 176 + 100 \cdot 416 = 17600 + 41600 = 59200\text{γρ.} = 59,20 \text{ κιλά φρούτου.}$

γ) Για να αγοράσει κάποιος 1700γρ. μαρμελάδα, μπορεί να κάνει διάφορους συνδυασμούς.

I) Να αγοράσει 3 μεγάλα βάζα που περιέχουν $3 \cdot 520\text{γρ.} = 1560\text{γρ.}$ και 1 μικρό βάζο που περιέχει $1 \cdot 220\text{γρ.} = 220\text{γρ.}$, σύνολο $1560\text{γρ.} + 220\text{γρ.} = 1780\text{γρ.}$ που κοστίζουν:

$3 \cdot 6,50\text{€} + 1 \cdot 3,20\text{€} = 19,50\text{€} + 3,20\text{€} = 22,70\text{€}.$

II) Να αγοράσει 2 μεγάλα βάζα που περιέχουν $2 \cdot 520\text{γρ.} = 1040\text{γρ.}$ και 3 μικρά βάζα που περιέχουν $3 \cdot 220\text{γρ.} = 660\text{γρ.}$, σύνολο $1040\text{γρ.} + 660\text{γρ.} = 1700\text{γρ.}$ που κοστίζουν:

$2 \cdot 6,50\text{€} + 3 \cdot 3,20\text{€} = 13,00\text{€} + 9,60\text{€} = 22,60\text{€}$

Άρα συμφέρει η δεύτερη περίπτωση γιατί αγοράζει ακριβώς 1700γρ., όπως απαιτεί το πρόβλημα.

ΘΕΜΑ 3^ο :

Στο διπλανό σχήμα 1, τα ABΓΔ, ΑΕΖΗ, ΖΘΓΙ, ΛΜΙΔ είναι τετράγωνα. Τα ΕΒΘΖ, ΗΖΙΔ, ΛΜΖΗ είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Τα απαραίτητα μήκη πλευρών (σε cm) φαίνονται στο σχήμα.

Να υπολογίσετε:

A) Το εμβαδόν του μεγάλου τετραγώνου ABΓΔ.

B) Το εμβαδόν των ορθογωνίων παραλληλογράμμων ΕΒΘΖ και ΗΖΙΔ.

Γ) Το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΛΜΖΗ

Δ) Το εμβαδόν του τριγώνου ΖΙΔ.

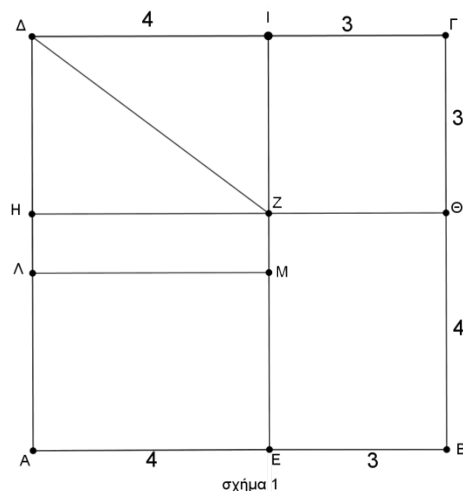
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

A) Στο μεγάλο τετράγωνο ABΓΔ η πλευρά είναι $4 + 3 = 7\text{cm}.$

Άρα το εμβαδόν του ABΓΔ είναι: $(ABΓΔ) = 7 \cdot 7 = 7^2 = 49\text{cm}^2.$

B) Το ορθ. παραλληλόγραμμο ΕΒΘΖ έχει πλευρές $EB=3\text{cm}$ και $BΘ=4\text{cm}$, άρα έχει εμβαδόν: $(EBΘΖ) = 3 \cdot 4 = 12\text{cm}^2.$

Το ορθ. παραλληλόγραμμο ΗΖΙΔ έχει πλευρές $HZ=4\text{cm}$ και $ZI=3\text{cm}$, άρα έχει εμβαδόν:



$$(HZI\Delta) = 4 \cdot 3 = 12cm^2.$$

Γ) Το ορθ. παραλληλόγραμμο ΛΜΖΗ έχει πλευρές:

$ΛΜ = 4cm$ και $ΛΗ = ΛΔ - ΗΔ = 4 - 3 = 1 cm$, άρα έχει εμβαδόν:

$$(ΛΜΖΗ) = 4 \cdot 1 = 4cm^2.$$

Δ) Το τρίγωνο ΖΙΔ είναι ορθογώνιο στο Ι, ($\widehat{ΖΙΔ} = 90^0$) και έχει κάθετες πλευρές ΖΙ=3cm και ΙΔ=4cm, άρα έχει εμβαδόν: $(ΖΙΔ) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6cm^2$.