

Πανελλαδικές 2023

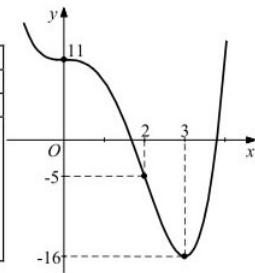
Επανάληψη με βάση το σχολικό βιβλίο

Παναγιώτου Κωνσταντίνος

ΣΕΕ ΠΕ03 ΠΕΚΕΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

25 Φεβρουαρίου 2023

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 -	- 0 +		
$f''(x)$		+ 0 -	+ 0 +		
$f(x)$	$+\infty$	11 Σ.Κ.	-5 Σ.Κ.	-16 Τ.Ε.	$+\infty$



Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 1

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το πρώτο κεφάλαιο πρέπει:

- Να μπορεί να βρίσκει από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης:
 - το πεδίο ορισμού της
 - το σύνολο τιμών της
 - την τιμή της σε ένα σημείο x_0
- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων
- Να μπορεί να βρίσκει το άθροισμα, το γινόμενο το πηλίκο και τη σύνθεση απλών συναρτήσεων

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 1

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το πρώτο κεφάλαιο πρέπει:

- Να μπορεί να βρίσκει από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης:
 - το πεδίο ορισμού της
 - το σύνολο τιμών της
 - την τιμή της σε ένα σημείο x_0
- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων
- Να μπορεί να βρίσκει το άθροισμα, το γινόμενο το πηλίκο και τη σύνθεση απλών συναρτήσεων

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 1

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το πρώτο κεφάλαιο πρέπει:

- Να μπορεί να βρίσκει από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης:
 - το πεδίο ορισμού της
 - το σύνολο τιμών της
 - την τιμή της σε ένα σημείο x_0
- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων
- Να μπορεί να βρίσκει το άθροισμα, το γινόμενο το πηλίκο και τη σύνθεση απλών συναρτήσεων

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 1

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το πρώτο κεφάλαιο πρέπει:

- Να μπορεί να βρίσκει από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης:
 - το πεδίο ορισμού της
 - το σύνολο τιμών της
 - την τιμή της σε ένα σημείο x_0
- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων
- Να μπορεί να βρίσκει το άθροισμα, το γινόμενο το πηλίκο και τη σύνθεση απλών συναρτήσεων

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 2

- Να γνωρίζει την έννοια της συνάρτησης 1-1, τις βασικές ιδιότητες της και να μπορεί να βρίσκει την αντίστροφη μιας απλής συνάρτησης. Να γνωρίζει, επιπλέον, ότι οι γραφικές παραστάσεις δύο αντίστροφων συναρτήσεων είναι συμμετρικές ως προς τη διχοτόμο της πρώτης και τρίτης γωνίας των αξόνων
- Να μπορεί να εκφράζει με τη βοήθεια συνάρτησης τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι τιμές δύο μεγεθών σε διάφορα προβλήματα

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 2

- Να γνωρίζει την έννοια της συνάρτησης 1-1, τις βασικές ιδιότητες της και να μπορεί να βρίσκει την αντίστροφη μιας απλής συνάρτησης. Να γνωρίζει, επιπλέον, ότι οι γραφικές παραστάσεις δύο αντίστροφων συναρτήσεων είναι συμμετρικές ως προς τη διχοτόμο της πρώτης και τρίτης γωνίας των αξόνων
- Να μπορεί να εκφράζει με τη βοήθεια συνάρτησης τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι τιμές δύο μεγεθών σε διάφορα προβλήματα

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 3

- Να μπορεί να βρίσκει το όριο μίας συνάρτησης στο $x_0 \in \mathcal{R}$, όταν δίνεται η γραφική της παράσταση
- Να γνωρίζει τις ιδιότητες του ορίου συνάρτησης και με τη βοήθεια τους να υπολογίζει τα όρια απλών συναρτήσεων
- Να μπορεί να διαπιστώνει την ύπαρξη μη πεπερασμένων ορίων συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση.
- Να μπορεί να υπολογίζει τα όρια πολυωνυμικών ή ρητών συναρτήσεων στο $+\infty$ και στο $-\infty$

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 3

- Να μπορεί να βρίσκει το όριο μίας συνάρτησης στο $x_0 \in \mathcal{R}$, όταν δίνεται η γραφική της παράσταση
- Να γνωρίζει τις ιδιότητες του ορίου συνάρτησης και με τη βοήθεια τους να υπολογίζει τα όρια απλών συναρτήσεων
- Να μπορεί να διαπιστώνει την ύπαρξη μη πεπερασμένων ορίων συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση.
- Να μπορεί να υπολογίζει τα όρια πολυωνυμικών ή ρητών συναρτήσεων στο $+\infty$ και στο $-\infty$

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 3

- Να μπορεί να βρίσκει το όριο μίας συνάρτησης στο $x_0 \in \mathcal{R}$, όταν δίνεται η γραφική της παράσταση
- Να γνωρίζει τις ιδιότητες του ορίου συνάρτησης και με τη βοήθεια τους να υπολογίζει τα όρια απλών συναρτήσεων
- Να μπορεί να διαπιστώνει την ύπαρξη μη πεπερασμένων ορίων συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση.
- Να μπορεί να υπολογίζει τα όρια πολυωνυμικών ή ρητών συναρτήσεων στο $+\infty$ και στο $-\infty$

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 3

- Να μπορεί να βρίσκει το όριο μίας συνάρτησης στο $x_0 \in \mathcal{R}$, όταν δίνεται η γραφική της παράσταση
- Να γνωρίζει τις ιδιότητες του ορίου συνάρτησης και με τη βοήθεια τους να υπολογίζει τα όρια απλών συναρτήσεων
- Να μπορεί να διαπιστώνει την ύπαρξη μη πεπερασμένων ορίων συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση.
- Να μπορεί να υπολογίζει τα όρια πολυωνυμικών ή ρητών συναρτήσεων στο $+\infty$ και στο $-\infty$

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 4

- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις της εκθετικής και της λογαριθμικής συνάρτησης και τα όρια τα σχετικά με τις συναρτήσεις αυτές
- Να γνωρίζει την έννοια της ακολουθίας και την έννοια του ορίου ακολουθίας
- Να γνωρίζει την έννοια της συνέχειας συνάρτησης σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της
- Να αναγνωρίζει την συνέχεια μιας συνάρτησης f σε σημείο ή διάστημα από τη γραφική της παράσταση

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 4

- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις της εκθετικής και της λογαριθμικής συνάρτησης και τα όρια τα σχετικά με τις συναρτήσεις αυτές
- Να γνωρίζει την έννοια της ακολουθίας και την έννοια του ορίου ακολουθίας
- Να γνωρίζει την έννοια της συνέχειας συνάρτησης σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της
- Να αναγνωρίζει την συνέχεια μιας συνάρτησης f σε σημείο ή διάστημα από τη γραφική της παράσταση

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 4

- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις της εκθετικής και της λογαριθμικής συνάρτησης και τα όρια τα σχετικά με τις συναρτήσεις αυτές
- Να γνωρίζει την έννοια της ακολουθίας και την έννοια του ορίου ακολουθίας
- Να γνωρίζει την έννοια της συνέχειας συνάρτησης σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της
- Να αναγνωρίζει την συνέχεια μιας συνάρτησης f σε σημείο ή διάστημα από τη γραφική της παράσταση

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 4

- Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις της εκθετικής και της λογαριθμικής συνάρτησης και τα όρια τα σχετικά με τις συναρτήσεις αυτές
- Να γνωρίζει την έννοια της ακολουθίας και την έννοια του ορίου ακολουθίας
- Να γνωρίζει την έννοια της συνέχειας συνάρτησης σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της
- Να αναγνωρίζει την συνέχεια μιας συνάρτησης f σε σημείο ή διάστημα από τη γραφική της παράσταση

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 5

- Να γνωρίζει τις βασικές συνεχείς συναρτήσεις και ότι το άθροισμα, η διαφορά, το γινόμενο, το πηλίκο καθώς και η σύνθεση συνεχών συναρτήσεων είναι συνεχής συνάρτηση
- Να γνωρίζει τα θεωρήματα Bolzano, Ενδιάμεσης Τιμής και Μέγιστης- Ελάχιστης Τιμής όταν η συνάρτηση ορίζεται σε κλειστό διάστημα και να μπορεί να τα εφαρμόζει στην εύρεση του προσήμου μιας συνεχούς συνάρτησης, στην εύρεση του συνόλου τιμών και του πλήθους των ριζών συναρτήσεων που είναι γνωστά τα διαστήματα μονοτονίας τους και το είδος της μονοτονίας

Κεφάλαιο 1

Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης 5

- Να γνωρίζει τις βασικές συνεχείς συναρτήσεις και ότι το άθροισμα, η διαφορά, το γινόμενο, το πηλίκο καθώς και η σύνθεση συνεχών συναρτήσεων είναι συνεχής συνάρτηση
- Να γνωρίζει τα θεωρήματα Bolzano, Ενδιάμεσης Τιμής και Μέγιστης- Ελάχιστης Τιμής όταν η συνάρτηση ορίζεται σε κλειστό διάστημα και να μπορεί να τα εφαρμόζει στην εύρεση του προσήμου μιας συνεχούς συνάρτησης, στην εύρεση του συνόλου τιμών και του πλήθους των ριζών συναρτήσεων που είναι γνωστά τα διαστήματα μονοτονίας τους και το είδος της μονοτονίας

Πεδίο Ορισμού

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 16 εφαρμογή
- σελ. 27 ασκήσεις 1,5
- σελ. 29 ασκήσεις 2,3,4 (Β' Ομάδα)

Γραφική παράσταση

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 22 εφαρμογή
- σελ. 27 ασκήσεις 2,3, 6
- σελ. 28 άσκηση 7

Πράξεις με συναρτήσεις

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 28 άσκηση 8

Σύνθεση συναρτήσεων

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 25- 26 εφαρμογή σχόλια
- σελ. 28 άσκηση 11,12
- σελ. 30 ασκήσεις 6,7,8,9

Μονοτονία συνάρτησης

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 38 άσκηση 1
- σελ. 39 άσκηση 4

Αντίστροφη συνάρτηση

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 37 εφαρμογή
- σελ. 38 άσκηση 2

Ιδιότητες Ορίου

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 56 άσκηση 2
- σελ. 58 άσκηση 4
- σελ. 64 άσκηση 4
- σελ. 68 άσκηση 1

Μορφή $\frac{0}{0}$

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 57 άσκηση 4
- σελ. 57-58 άσκηση 1 (Β'Ομάδα)

Ασκήσεις με απόλυτα

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ.58 άσκηση 2

Κριτήριο παρεμβολής

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 57 άσκηση 8

Τριγωνομετρικά Όρια

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 57 ασκήσεις 6,7

Μορφή $\frac{\alpha}{0}$

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 63 ασκήσεις 1,2
- σελ. 64 άσκηση 2

- σελ. 69 άσκηση 3i, iii (Α΄ Ομάδα)

Μορφή $\infty - \infty$

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 69 άσκηση 3ii

Παραμετρικά Όρια

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 57 άσκηση 9
- σελ. 69 ασκήσεις 1,2,3 (Β' Ομάδα)

Παραμετρικά Όρια

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 57 άσκηση 9
- σελ. 69 ασκήσεις 1,2,3 (Β' Ομάδα)

Συνέχεια συνάρτησης

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 80 άσκηση 4,5
- σελ. 81 ασκήσεις 2,3 (Β' ομάδα)

Θεώρημα Bolzano

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 80- 81 ασκήσεις 6,7,8,9 (Α΄ Ομάδα)
- σελ. 81 άσκηση 4 (Β΄ Ομάδα)
- σελ. 82 ασκήσεις 5,6,7,8

Σύνολο Τιμών

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 81 άσκηση 10

Ερωτήσεις κατανόησης

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 83-85

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να γνωρίζει τον ορισμό της παραγώγου συνάρτησης σε ένα σημείο x_0 και να τον ερμηνεύει ως ρυθμό ως ρυθμό μεταβολής
- Να γνωρίζει τις έννοιες ταχύτητα και επιτάχυνση κινητού, οριακή είσπραξη, οριακό κόστος και οριακό κέρδος
- Να γνωρίζει σε ποια σημεία της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης ορίζεται εφαπτομένη και να μπορεί κάθε φορά να σχηματίζει την εξίσωσή της

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να γνωρίζει τον ορισμό της παραγώγου συνάρτησης σε ένα σημείο x_0 και να τον ερμηνεύει ως ρυθμό ως ρυθμό μεταβολής
- Να γνωρίζει τις έννοιες ταχύτητα και επιτάχυνση κινητού, οριακή είσπραξη, οριακό κόστος και οριακό κέρδος
- Να γνωρίζει σε ποια σημεία της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης ορίζεται εφαπτομένη και να μπορεί κάθε φορά να σχηματίζει την εξίσωσή της

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να γνωρίζει τον ορισμό της παραγώγου συνάρτησης σε ένα σημείο x_0 και να τον ερμηνεύει ως ρυθμό ως ρυθμό μεταβολής
- Να γνωρίζει τις έννοιες ταχύτητα και επιτάχυνση κινητού, οριακή είσπραξη, οριακό κόστος και οριακό κέρδος
- Να γνωρίζει σε ποια σημεία της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης ορίζεται εφαπτομένη και να μπορεί κάθε φορά να σχηματίζει την εξίσωσή της

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να γνωρίζει ότι κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση σε σημείο σε σημείο x_0 είναι συνεχής στο σημείο αυτό
- Να γνωρίζει τις παραγώγους βασικών συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τον κανόνα της αλυσίδας και να μπορεί με τη βοήθειά του να βρίσκει παραγώγους συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τα θεωρήματα: Rolle, Μέσης Τιμής και Fermat και να μπορεί να τα εφαρμόζει σε απλές ασκήσεις

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να γνωρίζει ότι κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση σε σημείο σε σημείο x_0 είναι συνεχής στο σημείο αυτό
- Να γνωρίζει τις παραγώγους βασικών συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τον κανόνα της αλυσίδας και να μπορεί με τη βοήθειά του να βρίσκει παραγώγους συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τα θεωρήματα: Rolle, Μέσης Τιμής και Fermat και να μπορεί να τα εφαρμόζει σε απλές ασκήσεις

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να γνωρίζει ότι κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση σε σημείο σε σημείο x_0 είναι συνεχής στο σημείο αυτό
- Να γνωρίζει τις παραγώγους βασικών συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τον κανόνα της αλυσίδας και να μπορεί με τη βοήθειά του να βρίσκει παραγώγους συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τα θεωρήματα: Rolle, Μέσης Τιμής και Fermat και να μπορεί να τα εφαρμόζει σε απλές ασκήσεις

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να γνωρίζει ότι κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση σε σημείο σε σημείο x_0 είναι συνεχής στο σημείο αυτό
- Να γνωρίζει τις παραγώγους βασικών συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τον κανόνα της αλυσίδας και να μπορεί με τη βοήθειά του να βρίσκει παραγώγους συναρτήσεων
- Να γνωρίζει τα θεωρήματα: Rolle, Μέσης Τιμής και Fermat και να μπορεί να τα εφαρμόζει σε απλές ασκήσεις

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να μπορεί να προσδιορίζει τα διαστήματα στα οποία μια συνάρτηση είναι:
 - Σταθερή
 - Γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα
 - Αύξουσα ή Φθίνουσα
 - Κυρτή ή κοίλη
 - και να βρίσκει
 - ▶ τα τοπικά ακρότατα
 - ▶ τα σημεία καμπής

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να μπορεί να βρίσκει το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης και το σύνολο λύσεων μιας εξίσωσης $f(x)=0$
- Να μπορεί να εφαρμόζει τους κανόνες deL' Hospital στον υπολογισμό ορίων
- Να μπορεί να βρίσκει τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης
- Να μπορεί να χαράζει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με τη βοήθεια των παραγώγων

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να μπορεί να βρίσκει το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης και το σύνολο λύσεων μιας εξίσωσης $f(x)=0$
- Να μπορεί να εφαρμόζει τους κανόνες deL' Hospital στον υπολογισμό ορίων
- Να μπορεί να βρίσκει τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης
- Να μπορεί να χαράζει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με τη βοήθεια των παραγώγων

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να μπορεί να βρίσκει το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης και το σύνολο λύσεων μιας εξίσωσης $f(x)=0$
- Να μπορεί να εφαρμόζει τους κανόνες deL' Hospital στον υπολογισμό ορίων
- Να μπορεί να βρίσκει τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης
- Να μπορεί να χαράζει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με τη βοήθεια των παραγώγων

Κεφάλαιο 2

Διαφορικός Λογισμός

- Να μπορεί να βρίσκει το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης και το σύνολο λύσεων μιας εξίσωσης $f(x)=0$
- Να μπορεί να εφαρμόζει τους κανόνες deL' Hospital στον υπολογισμό ορίων
- Να μπορεί να βρίσκει τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης
- Να μπορεί να χαράζει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με τη βοήθεια των παραγώγων

Ορισμός Παραγώγου

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 102 ασκήσεις 2,4 (Α΄Ομάδα)
- σελ. 102-103 ασκήσεις 5,6,7,8
- σελ. 110 άσκηση 1 (Β΄Ομάδα)
- σελ. 122 άσκηση 7

Παράγωγος συνάρτησης

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 120 άσκηση 4
- σελ. 121 ασκήσεις 12,13,14
- σελ. 122 ασκήσεις 5,9 (Β ' Ομάδα)

Εφαπτομένη

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 110 άσκηση 2,3,4 (Β΄Ομάδα)
- σελ. 121 ασκήσεις 8,9,10, 11
- σελ. 122 ασκήσεις 1,2,3,4
- σελ. 123 ασκήσεις 10,11

Ρυθμός μεταβολής

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 124 Εφαρμογή 2
- σελ. 125 ασκήσεις 2,3
- σελ. 126 άσκηση 5 (Α΄ Ομάδα)
- σελ. 126-127 ασκήσεις 2,4,5,7,8
- σελ. 130 εφαρμογές 2,3

Θεώρημα Μέσης Τιμής

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 130 εφαρμογή 2
- σελ 131 ασκήσεις 1,2 (Α' Ομάδα)

Εξισώσεις (τουλάχιστον μια ρίζα, το πολύ μια ρίζα, μοναδική ρίζα κ.τ.λ)

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 129 εφαρμογή 1
- σελ. 131 άσκηση 1 (Β' Ομάδα)
- σελ 132 ασκήσεις 2.3.7

Ανισότητες με ΘΜΤ

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 132 ασκήσεις 4,5,6

Σταθερή συνάρτηση

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 134 εφαρμογή
- σελ. 134 εφαρμογή
- σελ. 139 άσκηση 1

Εύρεση τύπου συνάρτησης

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 134 εφαρμογή
- σελ. 175 άσκηση 11
- σελ. 190 άσκηση 4 (Α' ομάδα)
- σελ. 191 άσκηση 4 (Β' ομάδα)

Θεώρημα μονοτονίας

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 138 άσκηση 3,4
- σελ. 139 άσκηση 6

Εύρεση τοπικών- ολικών ακροτάτων

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 150 ασκήσεις 3,4
- σελ. 152 άσκηση 6

Ανισότητες με μονοτονία-ακρότατα

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 140 ασκήσεις 7,8
- σελ. 148 εφαρμογή 2
- σελ. 151 άσκηση 3
- σελ. 173 άσκηση 2
- σελ. 174 άσκηση 6

Θεώρημα Fermat

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 150 άσκηση 5
- σελ. 151 άσκηση 4
- σελ. 174 άσκηση 7

Σύνολο τιμών

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 137 εφαρμογή 2
- σελ. 138 άσκηση 5
- σελ. 139 άσκηση 2

Εξισώσεις

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 138 άσκηση 6
- σελ. 139 άσκηση 5
- σελ. 149 άσκηση 2
- σελ. 151 ασκήσεις 1,2

Προβλήματα

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 139 άσκηση 3
- σελ. 148 εφαρμογή 3
- σελ. 150 ασκήσεις 8,10
- σελ. 152-153 ασκήσεις 7,8,13,14

Κυρτότητα- Σημεία Καμπής

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 159 άσκηση 1,2
- σελ. 160-161 ασκήσεις 2,3, 5 (B' Ομάδα)

Ασύμπτωτες-Κανόνες De l'Hospital

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 167 ασκήσεις 1,2,3 (Α΄Ομάδα)
- σελ. 167-168 ασκήσεις 1,2 (Β΄Ομάδα)
- σελ. 167 άσκηση 4
- σελ. 168 ασκήσεις 4,6

Μελέτη συνάρτησης

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 172 άσκηση 1,2, 3

Γενικές ασκήσεις

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 174 ασκήσεις 6,7,8,9,10

Ερωτήσεις κατανόησης

Ασκήσεις- Εφαρμογές

- σελ. 177-181

Κεφάλαιο 3ο

Ολοκληρωτικός Λογισμός

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να είναι σε θέση:

- Να γνωρίζει την έννοια της παράγουσας ή της αρχικής συνάρτησης
- Να επιλύει προβλήματα στα οποία δίνεται ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο και ζητείται η συνάρτηση που εκφράζει τη σχέση των δύο μεγεθών
- Να γνωρίζει τις στοιχειώδεις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος και να μπορεί να τις εφαρμόζει
- Να υπολογίζει τα εμβαδά επιπέδων χωρίων που ορίζονται από τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Κεφάλαιο 3ο

Ολοκληρωτικός Λογισμός

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να είναι σε θέση:

- Να γνωρίζει την έννοια της παράγουσας ή της αρχικής συνάρτησης
- Να επιλύει προβλήματα στα οποία δίνεται ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο και ζητείται η συνάρτηση που εκφράζει τη σχέση των δύο μεγεθών
- Να γνωρίζει τις στοιχειώδεις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος και να μπορεί να τις εφαρμόζει
- Να υπολογίζει τα εμβαδά επιπέδων χωρίων που ορίζονται από τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Κεφάλαιο 3ο

Ολοκληρωτικός Λογισμός

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να είναι σε θέση:

- Να γνωρίζει την έννοια της παράγουσας ή της αρχικής συνάρτησης
- Να επιλύει προβλήματα στα οποία δίνεται ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο και ζητείται η συνάρτηση που εκφράζει τη σχέση των δύο μεγεθών
- Να γνωρίζει τις στοιχειώδεις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος και να μπορεί να τις εφαρμόζει
- Να υπολογίζει τα εμβαδά επιπέδων χωρίων που ορίζονται από τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Κεφάλαιο 3ο

Ολοκληρωτικός Λογισμός

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να είναι σε θέση:

- Να γνωρίζει την έννοια της παράγουσας ή της αρχικής συνάρτησης
- Να επιλύει προβλήματα στα οποία δίνεται ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο και ζητείται η συνάρτηση που εκφράζει τη σχέση των δύο μεγεθών
- Να γνωρίζει τις στοιχειώδεις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος και να μπορεί να τις εφαρμόζει
- Να υπολογίζει τα εμβαδά επιπέδων χωρίων που ορίζονται από τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Κεφάλαιο 3ο

Ολοκληρωτικός Λογισμός

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να είναι σε θέση:

- Να γνωρίζει την έννοια της παράγουσας ή της αρχικής συνάρτησης
- Να επιλύει προβλήματα στα οποία δίνεται ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο και ζητείται η συνάρτηση που εκφράζει τη σχέση των δύο μεγεθών
- Να γνωρίζει τις στοιχειώδεις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος και να μπορεί να τις εφαρμόζει
- Να υπολογίζει τα εμβαδά επιπέδων χωρίων που ορίζονται από τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Κεφάλαιο 3ο

Υπολογισμός ορισμένων ολοκληρωμάτων

- σελ 221, ασκήσεις: 8,9
- σελ 222, ασκήσεις: 11,12
- σελ 234, ασκήσεις: 1,4

Κεφάλαιο 3ο

Εμβαδό επιπέδου χωρίου

- σελ. 231, ασκήσεις: 1,2,3,4 (Α΄Ομάδα)
- σελ..231-233, ασκήσεις: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 (Β΄Ομάδα)
- σελ. 235, ασκήσεις: 8,9

Κεφάλαιο 3ο

Γενικές ασκήσεις

- σελ 235, άσκηση 10

Κεφάλαιο 3ο

-Ερωτήσεις κατανόησης

- σελ 236-241

Άσκηση

Δίνονται οι συναρτήσεις f και g στο διάστημα $[0, \pi]$ με $t > 0$

$$f(x) = 1 + t \eta \mu x$$

$$g(x) = \frac{1}{\pi t} x^2 - \frac{1}{t} x + 1$$

- α) Να μελετηθεί η μονοτονία τους
- β) Να βρεθούν τα κοινά σημεία Α και Γ των γραφικών τους παραστάσεων
- γ) Να βρεθούν τα σημεία Β και Δ στο οποία τέμνονται οι εφαπτόμενες στα κοινά σημεία των γραφικών τους παραστάσεων
- δ) Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του Εμβαδού $E(t)$ του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$

Λύση

Μονοτονία-Κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων

$$f'(x) = t \sigma \nu \nu x$$

$$f'(x) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
f'(x)	+		-
f(x)	1	$1+t$	1

Diagram illustrating the function values and their relationship at the critical point. The function value at $x=0$ is 1, and at $x=\pi$ is 1. At the critical point $x=\frac{\pi}{2}$, the function value is $1+t$. Arrows indicate that the function increases from 1 to $1+t$ and then decreases back to 1.

Λύση

Μονοτονία-Κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων

$$g'(x) = \frac{1}{\pi t} 2x - \frac{1}{t}$$

$$g'(x) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

x	0	$\pi/2$	π
f'(x)	-		+
f(x)	1	$f(\pi/2)$	1

Diagram illustrating the function values and monotonicity:

- At $x=0$, $f(x)=1$.
- At $x=\pi/2$, $f(x)=f(\pi/2)$.
- At $x=\pi$, $f(x)=1$.
- The function is decreasing from $x=0$ to $x=\pi/2$ (indicated by a downward arrow).
- The function is increasing from $x=\pi/2$ to $x=\pi$ (indicated by an upward arrow).

Λύση

Μονοτονία-Σημεία τομής των εφαπτομένων

$B(0,1)$ και $\Delta(\pi,1)$ και $x=\pi/2$

$$f(x) = 1 + t \eta \mu x$$

$$f'(x) = t \sigma \upsilon \nu x$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(0) = t$$

$$y = 1 + t x$$

$$y = 1 - t(x - \pi)$$

Λύση

Μονοτονία-Σημεία τομής των εφαπτομένων

$B(0,1)$ και $\Delta(\pi,1)$ και $x=\pi/2$

$$g(x) = \frac{1}{\pi t} x^2 - \frac{1}{t} x + 1$$

$$g'(x) = \frac{1}{\pi t} 2x - \frac{1}{t}$$

$$g(0) = 1$$

$$g'(0) = -\frac{1}{t}$$

$$y = 1 - \frac{1}{t} x$$

$$g(\pi) = 1$$

$$g'(\pi) = \frac{1}{t}$$

$$y = 1 + \frac{1}{t} (x - \pi)$$

Λύση

Εμβαδό

$$d_1 = |f(\pi/2) - g(\pi/2)| = \frac{\pi}{2} \left(t + \frac{1}{t} \right)$$

$$d_2 = \pi$$

$$E(t) = \frac{\pi^2}{4} \left(t + \frac{1}{t} \right)$$

$$E(t) \geq \frac{\pi^2}{2}$$

Ευχαριστώ

Παναγιώτου Κωνσταντίνος

ΣΕΕ ΠΕο3