



13<sup>95</sup> ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
«Ο ΘΑΛΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Α΄» ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2023  
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ:

Έστω  $A = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ ,  $B = \frac{3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{4}$ ,  $\Gamma = \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \frac{1}{4}$ .

A) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων A, B, Γ.

B) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων  $\Delta = A \cdot B \cdot \Gamma$  και  $E = A + B + \Gamma$ .

Γ) Να συγκρίνετε τις τιμές Δ και E,

Λύση

A) Εκτελούμε τις πράξεις:  $A = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{23}{12}$ .  $B = \frac{3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{18}{12} + \frac{4}{12} + \frac{6}{12} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$ ,  
 $\Gamma = \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = \frac{27}{12}$ .

B) Με βάση τα παραπάνω έχουμε:  $\Delta = A \cdot B \cdot \Gamma = \frac{23}{12} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{23 \cdot 7 \cdot 9}{12 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{23 \cdot 7 \cdot 3}{12 \cdot 1 \cdot 4} = \frac{483}{48}$

$E = A + B + \Gamma = \frac{23}{12} + \frac{28}{12} + \frac{27}{12} = \frac{78}{12}$ .

Γ) Είναι:  $\Delta = \frac{483}{48}$  και  $E = \frac{78}{12} = \frac{312}{48}$ . Άρα  $\Delta > E$ .

2<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ:

Δίνονται οι φυσικοί αριθμοί:  $\alpha = 2^3 \cdot 3$  και  $\beta = 2^2 \cdot 3^2$ .

1) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: i)  $\alpha + \beta$ , ii)  $\beta - \alpha$ . Τα αποτελέσματα να γραφούν σε μορφή γινομένου πρώτων παραγόντων.

2) Να υπολογιστούν: ο Μ.Κ.Δ. ( $\alpha, \beta$ ) και το Ε.Κ.Π. ( $\alpha, \beta$ ).

3) Να γίνει η Ευκλείδεια Διαίρεση του αριθμού  $(3\beta - 2\alpha)$  με τον μικρότερο πρώτο διψήφιο φυσικό αριθμό.

Λύση

Έχουμε:  $\alpha = 2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$  και  $\beta = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$ .

1) i)  $\alpha + \beta = 24 + 36 = 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

ii)  $\beta - \alpha = 36 - 24 = 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ .

2) Μ.Κ.Δ. ( $\alpha, \beta$ ) = Μ.Κ.Δ. (24,36) =  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$  και

Ε.Κ.Π. (24,36) =  $\dots = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$ .

3) Διαιρετέος =  $(3\beta - 2\alpha) = 3 \cdot 36 - 2 \cdot 24 = 108 - 48 = 60$ .

Διαιρέτης το 11. Άρα η Διαίρεση που μας ζητάει είναι 60:11.

Ευκλείδεια Διαίρεση:  $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ , Οπότε:  $60 = 11 \cdot 5 + 5$ .

3<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ:

Η Ελληνική σημαία, όπως φαίνεται στην εικόνα, έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Εννέα ταινίες-λωρίδες ίσου πλάτους, εναλλάξ γαλάζιες και λευκές καλύπτουν το ορθογώνιο. (Η πρώτη και η τελευταία είναι γαλάζιες). Πάνω αριστερά έχει ένα τετράγωνο με γαλάζιο πλαίσιο και με ένα λευκό σταυρό στη μέση, που έχει πλάτος ίσο με τις λωρίδες. Το τετράγωνο καταλαμβάνει μέρος από τις πέντε πρώτες λωρίδες, μειώνοντας το μήκος τους (οι 5 πρώτες λωρίδες έχουν μικρότερο μήκος από τις υπόλοιπες 4). Το πλάτος της σημαίας είναι τα  $\frac{2}{3}$  του μήκους της.



Αν στη Σημαία ενός σχολείου κάθε λωρίδα έχει πλάτος 10 εκ.

A) Να βρείτε:

A1) Το πλάτος και το μήκος της σημαίας.

A2) Το εμβαδόν της Σημαίας.

A3) Το εμβαδόν του τετραγώνου που περιέχει το σταυρό.

A4) Το εμβαδόν όλων των γαλάζιων τμημάτων της σημαίας.

B) Τι συμβολίζουν το λευκό και το γαλάζιο στη σημαία μας, ο σταυρός και οι εννέα λωρίδες;

Λύση

A1) Πλάτος σημαίας =  $9 \cdot 10 = 90$  εκ.

Επειδή το πλάτος είναι τα  $\frac{2}{3}$  του μήκους, το μήκος είναι το  $\frac{3}{2}$  του πλάτους,

άρα μήκος σημαίας =  $\frac{3}{2} \cdot 90 = \frac{270}{2} = 135$  εκ.

A2) Το εμβαδόν της σημαίας είναι:  $Εμβ. = 90 \cdot 135 = 12.150$  τετ. εκ.

A3) Το τετράγωνο που περιέχει τον σταυρό έχει πλευρά όσο το πλάτος 5 λωρίδων, δηλαδή 50 εκ.

Άρα εμβαδόν του τετραγώνου, άνω αριστερά είναι:  $Εμβ. Τετραγ = 50 \cdot 50 = 2.500$  τετ. εκ.

A4) Τα γαλάζια τμήματα της σημαίας είναι: Τρεις λωρίδες μικρότερες, δύο λωρίδες μεγαλύτερες και τέσσερα τετράγωνα, μέσα στο τετράγωνο του σταυρού.

Οι τρεις μικρότερες λωρίδες έχουν πλάτος 10 εκ. και μήκος  $135 - 50 = 85$  εκ. .

Άρα έχουν εμβαδόν:  $3 \cdot 10 \cdot 85 = 2.550$  τ. εκ.

Οι δύο μεγαλύτερες λωρίδες έχουν πλάτος 10 εκ. και μήκος 135 εκ.

Άρα έχουν εμβαδόν:  $2 \cdot 10 \cdot 135 = 2.700$  τ. εκ.

Τα τέσσερα μικρά τετράγωνα έχουν το καθένα πλευρά όσο το πλάτος δύο λωρίδων, δηλαδή 20 εκ.

Άρα έχουν εμβαδόν:  $4 \cdot 20 \cdot 20 = 1.600$  τ. εκ.

Επομένως το εμβαδόν όλων των γαλάζιων τμημάτων είναι:  $2.550 + 2.700 + 1.600 = 6.850$  τ. εκ.

B) .....

#### 4<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ:

Ο Κένταυρος Χείρωνας δίνει στον Ιάσωνα τον εξής γρίφο:

Σου δίνω τέσσερεις φυσικούς αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ , διαφορετικούς μεταξύ των.

Οι αριθμοί είναι σε αύξουσα σειρά. Όλοι οι αριθμοί είναι άρτιοι και μικρότεροι του 18.

Οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\gamma$  είναι πολλαπλάσια του 3. Ο  $\delta$  είναι διπλάσιος του  $\beta$ .

Υπολογίστε τους αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  και βοηθείστε τον Ιάσωνα να λύσει τον γρίφο.

Λύση

Οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\gamma$  είναι πολλαπλάσια του 2 και του 3, δηλαδή του 6 και είναι  $\alpha < \gamma$ .

Άρα αν ο  $\alpha$  είναι 6, ο  $\gamma$  θα είναι 12 Αν ο  $\alpha$  είναι 12 ο  $\gamma$  θα είναι 18, άτοπο.

Άρα  $\alpha = 6$  και  $\gamma = 12$ .

Επειδή πρέπει  $\alpha < \beta < \gamma < \delta$  ή  $6 < \beta < 12 < \delta$  και ο  $\delta$  είναι διπλάσιος του  $\beta$ , αν ο  $\beta$  είναι 8 το  $\delta$  θα είναι 16, δεκτό, Αν ο  $\beta$  είναι 10 ο  $\beta$  θα είναι 20 αδύνατο.

Άρα τελικά οι αριθμοί που ζητάει ο Κένταυρος Χείρωνας από τον Ιάσωνα είναι οι:

$\alpha = 6, \beta = 8, \gamma = 12, \delta = 16$ .

Σημείωση: Οι λύσεις είναι ενδεικτικές.