

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1^ο:

Να βρεθεί τετραψήφιος φυσικός αριθμός τέτοιος ώστε: α) το ψηφίο των Χιλιάδων (X) να είναι ο αριθμός: $(3 \cdot n + 1)$, όπου n είναι ο μικρότερος πρώτος φυσικός αριθμός, β) το ψηφίο των Εκατοντάδων (E) να είναι το αποτέλεσμα των πράξεων: $\frac{6^2 - 3(2^2 + 3) + 3^2}{2 \cdot 3}$, γ) το ψηφίο των Δεκάδων (Δ) να είναι ο Μ.Κ.Δ. των αριθμών $2^3 \cdot 3$ και 80 και δ) το ψηφίο των Μονάδων (M) να είναι τέτοιο, ώστε ο τετραψήφιος αριθμός που θα προκύπτει να διαιρείται ακριβώς με το 3.

ΘΕΜΑ 2^ο:

Αν 5 τετράδια και 3 βιβλία κοστίζουν 45 €, ενώ 3 τετράδια και 5 βιβλία κοστίζουν 59 €, να βρεθεί πόσο κοστίζει το 1 τετράδιο και πόσο το 1 βιβλίο.

ΘΕΜΑ 3^ο:

1) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 45 \cdot (3^2 - 2^3) \cdot (2^7 - 5^3) \cdot (225 : 15) - (2^6 - 7 \cdot 3^2)$$

2) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $B = 3^2 \cdot 253$

3) Να βρεθεί ο Μ.Κ.Δ. (A, B), όπου A και B οι τιμές που βρήκατε πιο πάνω.

ΘΕΜΑ 4^ο:

Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με εμβαδόν $T_1 = 1 \text{ dm}^2$. Τα ΒΕΖΗ και ΕΚΛΜ είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Αν $AB = x \text{ cm}$ και

i) Οι διαστάσεις του ορθογωνίου ΒΕΖΗ (T_2) είναι:

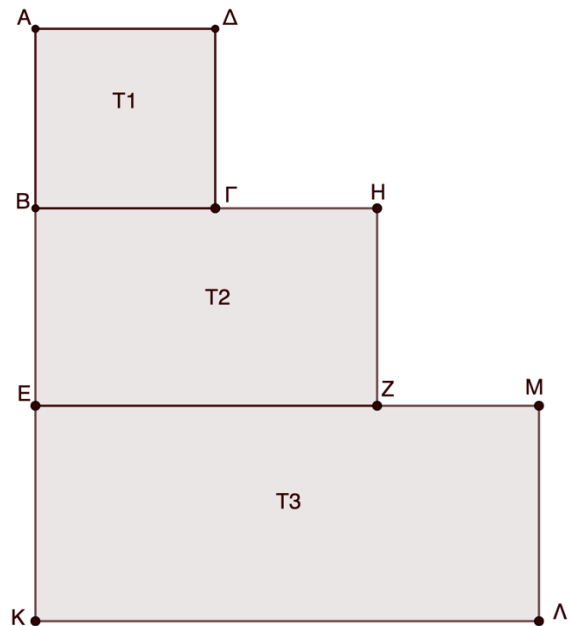
$$BE = (x + 1) \text{ cm} \text{ και } EZ = (2x - 1) \text{ cm}$$

ii) Οι διαστάσεις του ορθογωνίου ΕΚΛΜ (T_3) είναι $EK = (x + 2) \text{ cm}$ και $KL = (3x - 2) \text{ cm}$, τότε: α) να υπολογίσετε τις διαστάσεις των ΑΒΓΔ, ΒΕΖΗ και ΕΚΛΜ.

β) να υπολογίσετε τα εμβαδά T_2, T_3 σε cm^2 .

γ) να υπολογίσετε το εμβαδόν όλου του σχήματος σε dm^2

δ) να υπολογίσετε την περίμετρο του σχήματος σε m



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα 1^ο :

Αν $\overline{XEΔM}$ είναι ο τετραψήφιος αριθμός τότε:

$$1) X = 3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 2 + 1 = 7. \text{ Άρα } X=7$$

$$2) \frac{6^2 - 3(2^2 + 3) + 3^2}{2 \cdot 3} = \frac{36 - 3(4 + 3) + 9}{6} = \frac{36 - 3 \cdot 7 + 9}{6} = \frac{36 - 21 + 9}{6} = \frac{15 + 9}{6} = \frac{24}{6} = 4. \text{ Άρα } E=4$$

$$3) \text{ΜΚΔ}(2^3 \cdot 3, 80) = \text{ΜΚΔ}(2^3 \cdot 3, 2^4 \cdot 5) = 2^3 = 8. \text{ Άρα } \Delta=8$$

Άρα ο αριθμός θα είναι ο $\overline{748M}$.

Για να διαιρείται ακριβώς με το 3 πρέπει το άθροισμα $(7+4+8+M)=(19+M)$ να είναι πολλαπλάσιο του 3.

Άρα το M θα είναι το 2 (γιατί $19+2=21$) ή το 5 (γιατί $19+5=24$) ή το 8 (γιατί $19+8=27$).

Δηλαδή υπάρχουν τρεις τετραψήφιοι αριθμοί που ικανοποιούν τις συνθήκες του προβλήματος.

Οι αριθμοί : 7482 ή 7485 ή 74888.

Θέμα 2^ο:

1^ο τρόπος:

Αφού τα 3 τετράδια και τα 5 βιβλία κοστίζουν 59 €, άρα ο ένας προσθετός του 59 θα είναι πολλαπλάσιος του 3. Αν το 1 τετράδιο κοστίζει 3 €, τότε τα 3 τετράδια θα κοστίζουν 9 € και τα 5 βιβλία όλα μαζί 50 €, άρα 10 € το ένα. Οι τιμές αυτές επαληθεύουν και το άλλο άθροισμα αφού: $5 \times 3 + 3 \times 10 = 15 + 30 = 45$ €

2^ο τρόπος:

Εάν T είναι τα τετράδια και B τα βιβλία, τότε θα ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$5T + 3B = 45$$

$$3T + 5B = 59$$

Αν τα προσθέσουμε κατά μέλη θα έχουμε:

$$8T + 8B = 104, \text{ άρα } 1T + 1B = 104:8 \text{ ή } 1T + 1B = 13,$$

Πολλαπλασιάζω επί 5: $5T + 5B = 65$.

Αφαιρώ την πρώτη εξίσωση από την τελευταία και έχω: $2B = 20$.

Άρα $1B = 10$, και $1T = 3$

ΘΕΜΑ 3^ο:

$$\begin{aligned} 1) A &= 45 \cdot (3^2 - 2^3) \cdot (2^7 - 5^3) \cdot (225:15) - (2^6 - 7 \cdot 3^2) = \\ &= 45 \cdot (9 - 8) \cdot (128 - 125) \cdot 15 - (64 - 63) = 45 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 15 - 1 = \\ &= 2025 - 1 = 2024 \end{aligned}$$

$$2) B = 3^2 \cdot 253 = 9 \cdot 253 = 2277$$

$$3) M.K.A.(A, B) = M.K.A.(2024, 2277) = M.K.A.(2024, 253) = M.K.A.(253, 0) = 253.$$

ΘΕΜΑ 4^ο:

α) Επειδή $T_1 = 1 dm^2$, $(AB)^2 = 1 dm^2$, $(AB) = 10 cm$ άρα $\chi = 10 cm$.

Οι διαστάσεις του ορθογωνίου BEZH (T_2) είναι:

$$BE = (\chi + 1) cm = (10 + 1) cm = 11 cm \text{ και}$$

$$EZ = (2\chi - 1) cm = (20 - 1) cm = 19 cm$$

Οι διαστάσεις του ορθογωνίου EKΛM (T_3) είναι:

$$EK = (\chi + 2) cm = (10 + 2) cm = 12 cm \text{ και}$$

$$KL = (3\chi - 2) cm = (30 - 2) cm = 28 cm.$$

β) Εμβαδόν $T_1 = 1 dm^2 = 100 cm^2$.

$$\text{Εμβαδόν } T_2 = BE \cdot EZ = 11 \cdot 19 = 209 cm^2 = 2,09 dm^2.$$

$$\text{Εμβαδόν } T_3 = EK \cdot KL = 12 \cdot 28 = 336 cm^2 = 3,36 dm^2.$$

$$\gamma) \text{ Εμβαδόν } T_{ολ} = T_1 + T_2 + T_3 = 1 dm^2 + 2,09 dm^2 + 3,36 dm^2 = 6,45 dm^2.$$

δ) Η περίμετρος του σχήματος είναι:

$$\begin{aligned} \text{Περίμετρος} &= AD + \Delta\Gamma + \Gamma H + HZ + ZM + M\Lambda + \Lambda K + KE + EB + BA = \\ &= [10 + 10 + (19 - 10) + 11 + (28 - 19) + 12 + 28 + 12 + 11 + 10] cm = \\ &= [10 + 10 + 9 + 11 + 9 + 12 + 28 + 12 + 11 + 10] cm = 122 cm = 1,22 m. \end{aligned}$$